

N° de lista	Cédula	Nombre y apellido	Salón

### IMPORTANTE

- La duración del examen es de 3 horas.
- El examen es individual. Cualquier copia será denunciada en el Consejo de Facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- Este examen consta de 6 ejercicios Verdadero o Falso, 4 ejercicios Múltiple Opción, y 1 ejercicio de Desarrollo.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.
- Notaciones:  $S(m, n)$  es el número de Stirling de segunda especie;  $Sob(m, n)$  es el número de funciones sobreyectivas.

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con <b>V</b> o <b>F</b>					
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5	VF6

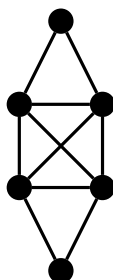
Correcta: 6 puntos. Incorrecta: -3 puntos.  
Sin responder: 0 punto.

Respuestas Múltiple Opción: rellenar con <b>A</b> , <b>B</b> , <b>C</b> o <b>D</b>			
MO1	MO2	MO3	MO4

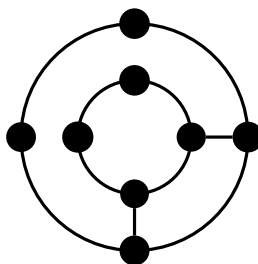
Correcta: 12 puntos. Incorrecta: -4 puntos.  
Sin responder: 0 punto.

### Verdadero o Falso

- Hay exactamente 720 funciones inyectivas de  $\{1, 2, 3\}$  en  $\{1, 2, \dots, 10\}$ .
- Hay exactamente 70 relaciones de orden total en  $\{1, 2, \dots, 8\}$  tales que  $1 < 2 < 3 < 4$  y  $8 < 7 < 6 < 5$ .
- Ningún retículo tiene más de 1 elemento minimal.
- Para cada par de enteros  $n$  y  $m$  tales que  $m \geq n \geq 2$  se cumple que  $Sob(m, n) = n \cdot Sob(m-1, n) + n \cdot Sob(m-1, n-1)$ .
- El grafo  $G$  de la Figura 1 es plano.
- El grafo  $H$  de la Figura 1 tiene un recorrido euleriano.



$G$



$H$

Figura 1: Grafos  $G$  y  $H$ .

### Múltiple Opción

- Sea  $T$  un árbol. Sabemos que  $T$  tiene  $p$  vértices de grado 3 y que todos sus restantes vértices son hojas. Hallar la cantidad de hojas de  $T$ .  
 A)  $p + 2$                       C)  $3p + 2$   
 B)  $2p + 2$                       D)  $4p + 2$
- Sea  $a_n$  la sucesión definida por  $a_0 = 1$  y  $a_{n+1} - 2a_n = 2^{n+1}$ . Hallar  $a_{100}$ .  
 A)  $a_{100} = 99 \times 2^{100}$                       C)  $a_{100} = 101 \times 2^{100}$   
 B)  $a_{100} = 100 \times 2^{100}$                       D)  $a_{100} = 102 \times 2^{100}$
- Hallar el coeficiente en  $x^2y^3$  de  $(2x + x^2 + y + y^2 - 3)^4$ .  
 A) 120                                      C) -120  
 B) 20                                        D) -20
- Hallar la cantidad de soluciones enteras de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$  tales que para cada  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  se tiene que  $-1 \leq x_i \leq 3$ .  
 A) 80                                        C) 100  
 B) 90                                        D) 110

### Ejercicio de Desarrollo (16 puntos)

Probar que para cada entero positivo  $n$  se cumple que  $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$ .

Escribir la solución del Ejercicio de desarrollo en esta carilla.